

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Физический факультет

Спецпрактикум кафедры физики полупроводников

## **ЗАДАЧА 1**

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКА ИЗ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ КОЭФФИЦИЕНТА ХОЛЛА И УДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ**

Москва — 2006

# ЗАДАЧА 1

## Определение электронных параметров полупроводника из температурных зависимостей коэффициента Холла и удельного сопротивления

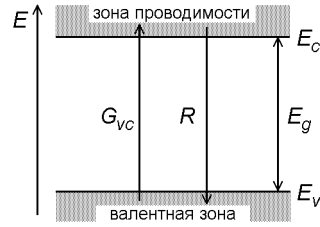
В работе изучаются температурные зависимости коэффициента Холла и удельного сопротивления в германии в области перехода от примесной к собственной проводимости (293–500 К). Из этих данных определяются тип проводимости, концентрация и подвижность основных носителей заряда при комнатной температуре, рассчитывается ширина запрещенной зоны. Оцениваются концентрация и подвижность неосновных носителей, а также собственная концентрация носителей при комнатной температуре.

### 1. Общие сведения из физики полупроводников

#### 1.1. Связь концентрации носителей заряда и электропроводности с электронными параметрами полупроводника

Отличительным свойством энергетической структуры полупроводников является существование запрещенного промежутка энергий между потолком  $E_v$  валентной зоны, полностью заполненной электронами при температуре  $T = 0$  К, и дном  $E_c$  зоны проводимости, остающейся незаполненной при той же температуре (см. рис. 1). Величина этого промежутка — *ширина запрещенной зоны*  $E_g$  — в большинстве полупроводников не слишком велика, так что уже при сравнительно невысоких температурах (намного меньших температуры плавления кристалла) электроны начинают возбуждаться из валентной зоны в зону проводимости. Электроны, попадающие в зону проводимости, могут двигаться по кристаллу (становятся *свободными*), и кристаллы начинают проводить электрический ток. Кроме того, оказывается, что и места в валентной зоне, освободившиеся при возбуждении электронов в зону проводимости, тоже ведут себя как свободные частицы. Эти частицы имеют положительный заряд  $q = +e$  (здесь и далее  $e$  — абсолютная величина заряда электрона)

Рис. 1. Энергетическая диаграмма полупроводника. Стрелками показаны процессы генерации и рекомбинации.



и называются *дырками*. Концентрации электронов и дырок, возникающих в идеально чистом кристалле при данной температуре в результате теплового возбуждения, равны между собой ( $n = p = n_i$ ). Такой полупроводник называется *собственным*, а величина  $n_i$  называется *собственной концентрацией носителей заряда*.<sup>1</sup>

Температурная зависимость  $n_i$  может быть предсказана на основании следующих качественных рассуждений [1]. Как известно из термодинамики, средняя энергия частиц в равновесной системе порядка  $kT$ , где  $k$  — постоянная Больцмана, а  $T$  — абсолютная температура. В собственных полупроводниках распределение электронов и дырок по энергиям обычно является больцмановским. Тогда темп тепловой генерации, то есть число  $G_{vc}$  забросов через запрещенную зону в единичном объеме кристалла за единицу времени, может быть записан в виде произведения эффективного числа заполненных электронами состояний в валентной зоне  $N_v$  (из которой идут забросы) на эффективное число незаполненных состояний в зоне проводимости  $N_c$  (куда идут забросы) и вероятности того, что электрон в результате тепловой флуктуации получит энергию  $E_g = E_c - E_v$ :

$$G_{vc} = \beta N_v N_c \exp(-E_g/kT),$$

где  $\beta$  — некоторый коэффициент. Этот процесс изображен на рис. 1 стрелкой, направленной вверх.

С другой стороны, если в соответствующих зонах появились свободные электроны и дырки, то обязательно имеет место обратный процесс — рекомбинация (на рис. 1 стрелки вниз), в результате которой электрон-дырочные пары исчезают. Темп рекомбинации  $R$  пропорционален произведению концентрации электронов в зоне проводимости на концентрацию дырок (незаполненных электронами состояний) в валентной зоне:

$$R = \gamma np = \gamma n_i^2,$$

<sup>1</sup>Здесь и в дальнейшем, говоря о свободных носителях заряда, мы будем опускать слово «свободный» и называть их носителями заряда или просто носителями.

где  $\gamma$  — коэффициент рекомбинации, который согласно принципу детального равновесия равен коэффициенту  $\beta$ .

Так как в состоянии термодинамического равновесия темп генерации равен темпу рекомбинации, из этого легко найти равновесные концентрации электронов и дырок в собственном полупроводнике, которые равны

$$n_i = (N_v N_c)^{1/2} \exp(-E_g/2kT). \quad (1)$$

Входящие в это выражение эффективные плотности состояний  $N_c$  и  $N_v$  зависят от распределения электронных состояний по энергиям в разрешенных зонах и в общем случае выражаются через эффективные массы плотности состояний  $m_c^*$  и  $m_v^*$ , описывающие эти распределения, следующим образом [1]:

$$N_{c(v)} = 2 \left( \frac{2\pi m_{c(v)}^* kT}{(2\pi\hbar)^2} \right)^{3/2},$$

где  $\hbar$  — постоянная Планка.

Поскольку  $N_c$  и  $N_v$  изменяются с температурой значительно слабее, чем экспоненциальный множитель в формуле (1), то можно ожидать, что энергия активации экспоненциальной зависимости  $n_i(T)$  будет близка к  $E_g/2$ . Это может быть использовано для определения ширины запрещенной зоны полупроводника.

Заметим, что собственная концентрация носителей заряда в полупроводнике даже вблизи температуры плавления мала по сравнению с концентрацией свободных носителей в металлах. Из (1) следует, что при понижении температуры концентрации электронов и дырок резко уменьшаются, стремясь к нулю, и, следовательно, собственный полупроводник должен стать изолятором при низких температурах.

Все рассмотренное выше относилось к идеальному полупроводнику, не содержащему атомов *примесей* (то есть атомов других химических элементов) или *дефектов кристаллической структуры* (вакансий, междоузельных атомов). На практике чаще встречается случай, когда концентрация свободных носителей в полупроводнике в широком интервале температур намного превышает собственную. Откуда берутся эти носители? Их появление связано с электрической активностью обычно присутствующих в кристаллах примесей и дефектов, которые способны легко ионизоваться и поставлять электроны и дырки в соответствующие зоны.

Поясним сказанное на примере германия — элементарного полупроводника, расположенного в IVб подгруппе таблицы Менделеева. Каждый

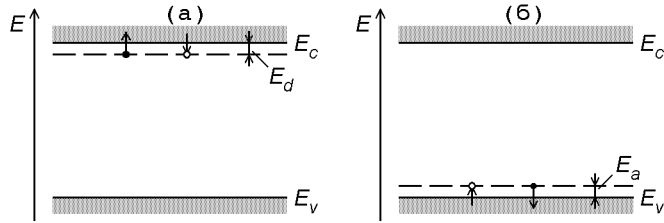


Рис. 2. Идеализированные энергетические диаграммы полупроводников  $n$ - (а) и  $p$ -типа (б).

атом Ge имеет четыре валентных электрона и четыре ковалентные связи. Заполнение электронных состояний электронами в Ge идет так, что валентная зона германия при 0 К оказывается полностью заполненной электронами, а зона проводимости — пустой.

Если в  $1 \text{ см}^3$  германия заместить  $N_d$  атомов основного вещества примесными атомами из Vб подгруппы — сурьмой, мышьяком или фосфором, валентность которых на единицу больше валентности германия, то в системе ковалентных связей появляется  $N_d$  положительно заряженных (относительно решетки) атомов, каждый из которых несет на себе по одному «лишнему» электрону. Эти электроны связаны с примесными атомами значительно слабее, чем с атомами основной решетки,<sup>2</sup> и поэтому они ионизируются сравнительно легко. На энергетической диаграмме это изображается появлением в запрещенной зоне  $N_d$  донорных уровней вблизи края зоны проводимости с энергией ионизации  $E_d \ll E_g$  (рис. 2,а).

Аналогичный результат получается при замещении  $N_a$  атомов основного вещества примесными IIIб подгруппы — алюминием, галлием, индием. В этом случае примесный атом с одним недостающим электроном в системе ковалентных связей может рассматриваться как отрицательно заряженный (относительно решетки) центр, захвативший дырку. Эта дырка слабо связана с центром и может легко ионизоваться, поставляя носитель в валентную зону. Уровни, образуемые такими атомами, называются *акцепторными уровнями*; они располагаются в запрещенной зоне вблизи потолка валентной зоны и имеют энергию ионизации  $E_a \ll E_g$  (рис. 2,б).<sup>3</sup> Легкость ионизации доноров и акцепторов в полу-

<sup>2</sup>Энергия ионизации донорных уровней Sb, As и P в Ge составляет  $E_d = 0.01, 0.014$  и  $0.013$  эВ, соответственно.

<sup>3</sup>Энергия ионизации акцепторных уровней Al, Ga, In в Ge составляет  $E_a = 0.011, 0.011$  и  $0.012$  эВ, соответственно.

проводниках приводит к тому, что проводимость полупроводника оказывается чувствительной к присутствию малейших концентраций примесей.

Ввиду невозможности полной очистки полупроводника от примесей, практически все образцы оказываются *компенсированными*, то есть одновременно содержат и донорные, и акцепторные примеси. Если в образце преобладают донорные примеси ( $N_d > N_a, N_d - N_a \gg n_i$ ), то концентрация электронов в зоне проводимости намного превышает концентрацию дырок в валентной зоне,  $n \gg p$ . Такой полупроводник называется «электронным» или полупроводником *n-типа*.

Если же в образце преобладают акцепторные примеси, то  $p \gg n$ . Такой полупроводник называют «дырочным» или полупроводником *p-типа*.

Носители, определяющие тип проводимости полупроводника, называются *основными носителями*, а носители противоположного знака — *неосновными носителями*.

Рассматривая процессы возбуждения носителей с примесных уровней в соответствующие зоны и их обратный захват (рис. 2) и учитывая при этом условие электронейтральности образца, можно рассчитать температурную зависимость концентрации носителей, обусловленную процессами ионизации примесей.

В пределе низких температур ( $kT \ll E_d$ ) в компенсированном полупроводнике *n-типа* получается следующее выражение [1]:

$$n = \frac{1}{2} \frac{N_d - N_a}{N_a} N_c \exp\left(-\frac{E_d}{kT}\right), \quad (2)$$

а в компенсированном полупроводнике *p-типа* —

$$p = 2 \frac{N_a - N_d}{N_d} N_v \exp\left(-\frac{E_a}{kT}\right). \quad (3)$$

При достаточно высоких температурах ( $kT > E_i$ ) примесные уровни практически полностью ионизованы. При этом концентрация свободных носителей, отвечающая *полной ионизации примесей*, в полупроводнике *n-типа* равна

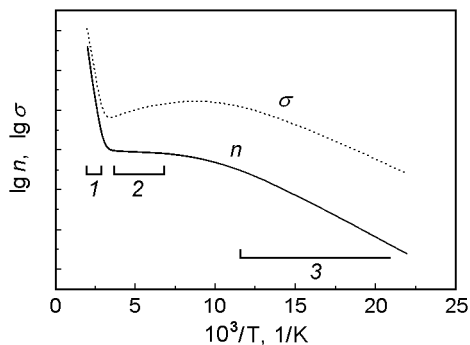
$$n_{max} = N_d - N_a, \quad (4)$$

а в полупроводнике *p-типа* —

$$p_{max} = N_a - N_d. \quad (5)$$

Температурная зависимость концентрации носителей в общем случае имеет вид, показанный на рис. 3. Эти зависимости изображены в

Рис. 3. Температурные зависимости концентрации носителей и электропроводности полупроводника  $n$ -типа.



полулогарифмическом масштабе (логарифм концентрации как функция обратной температуры), поскольку при таком представлении участки экспоненциального изменения концентрации с температурой представляют собой прямые линии, наклон которых определяется соответствующими энергиями активации. Участок 3 отвечает области низких температур, где преобладает ионизация примесей, а зависимость  $n(T)$  описывается формулами (2) и (3). Участок 2 отвечает области полной ионизации примеси, зависимость  $n(T)$  на котором описывается формулами (4) и (5). Поскольку проводимость образца на участках 2 и 3 определяется присутствующими в образцах примесями, эта область температур носит название *области примесной проводимости*. На участке 1, отвечающем *области собственной проводимости*, концентрация носителей определяется уже не ионизацией примесей, а тепловым возбуждением электронов из валентной зоны в зону проводимости и описывается формулой (1).

Таким образом, из качественного рассмотрения рис. 3 следует, что анализируя температурные зависимости концентрации свободных носителей, можно определить такие важные характеристики полупроводника как ширину запрещенной зоны, концентрацию донорных (акцепторных) примесей, энергию ионизации основной примеси.

В заключение этого раздела приведем замечательное соотношение между концентрациями электронов и дырок, следующее из последовательного рассмотрения статистики носителей заряда в невырожденных полупроводниках [1]: *в состоянии термодинамического равновесия произведение концентраций электронов и дырок не зависит от содержания примесей и при любой температуре равно квадрату соб-*

ственной концентрации носителей заряда:

$$n \cdot p = n_i^2 = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right). \quad (6)$$

Это соотношение может быть использовано для расчета концентрации неосновных носителей заряда. Из него следует, что в области примесной проводимости концентрация неосновных носителей может быть на много порядков меньше, чем концентрация основных носителей. В области собственной проводимости, напротив, концентрации электронов и дырок практически одинаковы (они различаются на величину  $|N_d - N_a|$ ).

## 1.2. Подвижность носителей заряда и температурная зависимость электропроводности

Если к образцу полупроводника приложить электрическое поле, то через него начинает течь электрический ток. Способность полупроводника проводить электрический ток характеризуется величиной *удельной электропроводности*, которая определяется по формуле

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p), \quad (7)$$

где  $n$  и  $p$  — концентрации свободных электронов и дырок, а  $\mu_n$  и  $\mu_p$  — так называемые *подвижности* электронов и дырок.

По определению, подвижностью носителей заряда называется коэффициент пропорциональности между скоростью дрейфа носителей в электрическом поле и напряженностью электрического поля, вызывающей этот дрейф:

$$\mu_n = v_n/E, \quad \mu_p = v_p/E. \quad (8)$$

В идеальном кристалле электроны и дырки должны были бы двигаться без рассеяния. В реальном кристалле носители «сталкиваются» с неидеальностями кристалла и таким образом рассеивают свои импульсы и энергию. Теория дает для подвижности следующее соотношение [1]:

$$\mu = (e/m^*) \langle \tau_p \rangle,$$

где  $m^*$  — эффективная масса, а  $\langle \tau_p \rangle$  — время релаксации импульса (характерное время между «столкновениями»), усредненное по распределению носителей по энергиям.

Наиболее эффективными механизмами рассеяния электронов и дырок в полупроводниках являются рассеяние на неидеальностях кристаллической решетки, вызванных тепловым колебанием атомов, и рассеяние на



заряженных атомах примесей. Для рассеяния на длинноволновых акустических колебаниях решетки расчеты предсказывают следующую зависимость подвижности от температуры:

$$\mu = A(kT)^{-3/2}, \quad (9)$$

где  $A$  — коэффициент, зависящий от характеристик полупроводника и не зависящий от температуры. Для рассеяния на заряженных примесях зависимость подвижности от температуры, концентрации  $N_i$  и заряда  $Z$  примеси описывается формулой

$$\mu = B(kT)^{3/2}/(N_i Z^2), \quad (10)$$

где  $B$  — коэффициент, не зависящий от температуры.

В общем случае подвижность определяется одновременным действием нескольких механизмов рассеяния. Расчетная зависимость  $\mu(T)$  для одновременного рассеяния носителей на акустических колебаниях решетки и заряженных примесях показана на рис. 4. Видно, что чем выше концентрация заряженных примесей, тем раньше происходит переход к примесному рассеянию при охлаждении кристалла и ниже максимальная подвижность. Отметим, что в *компенсированных полупроводниках*, одновременно содержащих значительные концентрации доноров и акцепторов, электроны с доноров переходят на акцепторы и полная концентрация заряженных примесей  $N_i$  может намного превосходить концентрацию свободных носителей, приводя, в соответствии с формулой (10), к существенному уменьшению подвижности, в особенности в области низких температур.

В достаточно чистом германии с концентрацией заряженных центров менее  $10^{14} \text{ см}^{-3}$  рассеяние на тепловых колебаниях решетки преобла-

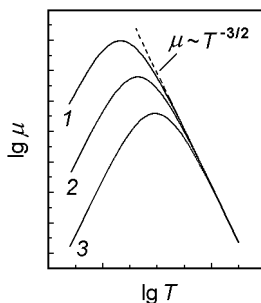


Рис. 4. Температурная зависимость подвижности при одновременном рассеянии носителей на тепловых колебаниях решетки и заряженных примесях. Переход от кривой 1 к кривой 3 соответствует возрастанию полной концентрации заряженных примесей.

ет при  $T > 60$  К. В этих условиях температурная зависимость электропроводности выглядит так, как показано на рис. 3. Заметное отличие в поведении кривых  $\sigma(T)$  и  $n(T)$  наблюдается лишь в области плато 2, где температурные изменения  $\sigma$  обусловлены только изменением подвижности. В области экспоненциального изменения  $n(T)$  различие наклонов двух кривых практически незаметно, хотя при точных измерениях эту разницу также можно заметить.

Общая формула (7) позволяет определить удельную электропроводность для нескольких частных, но важных для нас случаев — собственного полупроводника,

$$\sigma_i = en_i(\mu_n + \mu_p), \quad (11)$$

примесного полупроводника  $n$ -типа,

$$\sigma_n = en\mu_n, \quad (12)$$

и примесного полупроводника  $p$ -типа,

$$\sigma_p = ep\mu_p. \quad (13)$$

Среди проводящих материалов именно полупроводники характеризуются наиболее высокой подвижностью носителей заряда. Подвижность является тем из основных параметров полупроводника, который определяет быстродействие многих полупроводниковых приборов, в частности, транзисторов.

## 2. Теоретические основы метода измерений

### 2.1. Связь между коэффициентом Холла и концентрацией носителей заряда

Наиболее распространенный метод определения концентрации свободных носителей в полупроводниках основан на использовании *эффекта Холла*. Суть этого эффекта состоит в следующем: пусть к прямоугольной пластинке полупроводника толщины  $d$  и ширины  $w$  в направлении  $x$  приложено электрическое поле  $\mathbf{E}_x$  и через образец протекает ток  $\mathbf{I}$  (рис. 5). Если теперь в направлении  $z$  включить магнитное поле с индукцией  $\mathbf{B}$ , то на движущиеся со скоростью дрейфа  $\mathbf{v}$  электроны (дырки) будет действовать сила Лоренца

$$\mathbf{F} = q [\mathbf{v} \times \mathbf{B}],$$

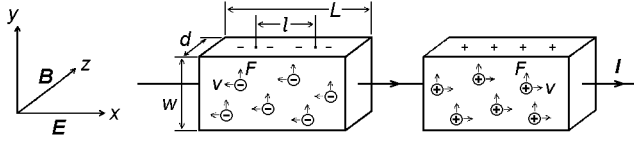


Рис. 5. Возникновение холловских напряжений в полупроводниках  $n$ -типа (слева) и  $p$ -типа (справа).

отклоняющая носители в направлении оси  $y$  — к верхней грани образца.<sup>4</sup> В результате этого на верхней грани образца накапливается избыточный заряд, знак которого совпадает со знаком носителей заряда. Накопление заряда идет до тех пор, пока создаваемое зарядом поперечное электрическое поле  $\mathbf{E}_y$  не скомпенсирует отклоняющее действие магнитного поля:

$$q\mathbf{E}_y = -q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}] = -e\mu[\mathbf{E}_x \times \mathbf{B}]. \quad (14)$$

Нетрудно видеть, что в магнитном поле дрейф носителей происходит под некоторым углом  $\phi$  по отношению к направлению действующего на них электрического поля  $\mathbf{E}_x + \mathbf{E}_y$ . Этот угол называется углом Холла, а его тангенс определяется соотношением  $\text{tg } \phi = (q/e)\mu B$ .

В теории гальваномагнитных явлений коэффициент Холла (постоянная Холла)  $R$  определяется как коэффициент пропорциональности, связывающий напряженность поперечного электрического поля  $\mathbf{E}_y$  с индукцией магнитного поля  $\mathbf{B}$  и плотностью тока  $\mathbf{j}$  через образец:

$$\mathbf{E}_y = -R[\mathbf{j} \times \mathbf{B}]. \quad (15)$$

Сопоставляя формулы (14) и (15) и учитывая, что плотность тока связана со скоростью дрейфа носителей  $\mathbf{v}$  соотношением  $\mathbf{j} = qn\mathbf{v}$ , легко показать, что коэффициент Холла тесно связан с концентрацией свободных носи-

<sup>4</sup>Направление действия силы Лоренца на электроны и дырки одно и то же потому, что заряд  $q$  ( $q = -e$  для электронов и  $q = +e$  для дырок) появляется в формуле дважды: один раз как множитель при векторном произведении и второй раз как знак скорости дрейфа  $\mathbf{v} = (q/e)\mu\mathbf{E}_x$  (носители движутся в разные стороны).

телей:<sup>5</sup>

$$R = 1/qn.$$

Выражая  $E_y$  через разность потенциалов между верхней и нижней гранями («холловскую» разность потенциалов)  $E_y = V_H/\omega$ , а плотность тока через величину протекающего тока  $I$  и площадь поперечного сечения образца  $j = I/\omega d$ , окончательно получаем формулу для экспериментального определения коэффициента Холла:

$$R = \frac{V_H \cdot d}{I \cdot B}. \quad (16)$$

Поскольку при одинаковой ориентации приложенных к образцу электрического и магнитного полей знак  $V_H$  различен для электронов и дырок, то коэффициент Холла в полупроводниках  $p$ - и  $n$ -типа также имеет различный знак. Он положителен в полупроводнике  $p$ -типа и отрицателен в полупроводнике  $n$ -типа. Таким образом, в образцах с *монополярной проводимостью* (то есть когда проводимость осуществляется носителями одного типа) *измерения коэффициента Холла позволяют определить тип основных носителей заряда и их концентрацию:*

$$p = 1/eR_p, \quad n = -1/eR_n. \quad (17)$$

В случае, когда проводимость образца осуществляется носителями обоих знаков (такая проводимость называется *биполярной* или *смешанной*), коэффициент Холла определяется более сложным выражением, которое мы сейчас выведем.

В образце, в котором концентрация электронов равна  $n$ , а концентрация дырок —  $p$ , плотность тока, очевидно, равна  $j_x = j_{xp} + j_{xn} = e(p\mu_p + n\mu_n)E_x$ . Под действием силы Лоренца в направлении  $y$  появляется ток  $j_y = j_{xp} \operatorname{tg}(\mu_p B) - j_{xn} \operatorname{tg}(\mu_n B)$ , который компенсируется током проводимости  $j_y = e(p\mu_p + n\mu_n)E_y$ . Комбинируя указанные формулы и используя разложение  $\operatorname{tg} x \approx x$  для случая «слабого» магнитного поля ( $\mu_n B, \mu_p B \ll 1$ ), находим:

$$R = -\frac{E_y}{j_x B} = \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{e(p\mu_p + n\mu_n)^2}, \quad (18)$$

---

<sup>5</sup>При выводе этого соотношения мы считали, что все носители движутся с одинаковой скоростью. На самом деле это не так, и надо принимать во внимание распределение носителей по энергиям. Учет этого обстоятельства приводит к замене коэффициента 1 в последующей формуле на величину  $r_H$ , называемую *холловским фактором* [1]. При комнатной и более высоких температурах основным механизмом рассеяния в Ge является рассеяние на длинноволновых акустических колебаниях решетки, для которого  $r_H = 3\pi/8 \approx 1.18$ . Учет такого небольшого отличия  $r_H$  от единицы для поставленных в настоящей работе задач не является принципиальным.

откуда для случая собственной проводимости ( $n = p = n_i$ ) получаем:

$$R_i = \frac{1}{en_i} \cdot \frac{\mu_p - \mu_n}{\mu_p + \mu_n}. \quad (19)$$

Из последней формулы следует, что в области собственной проводимости знак коэффициента Холла определяется знаком более подвижных носителей. Поскольку в подавляющем большинстве полупроводников (в том числе и Ge)  $\mu_n > \mu_p$ , знак  $R_i$  оказывается отрицательным.

Часто можно считать, что отношение подвижностей электронов и дырок  $b = \mu_n(T)/\mu_p(T)$  не зависит от температуры (обычно  $b$  слабо изменяется с температурой). Тогда из формул (1) и (19) получаем:

$$R_i(T) \sim 1/n_i(T) \sim T^{-3/2} \exp(E_g/2kT), \quad (20)$$

откуда следует, что зависимость  $R_i(T)$  также может быть использована для определения ширины запрещенной зоны  $E_g$ .

Для определения типа основной примеси в полупроводнике (донорная или акцепторная) кроме знака  $R$  существенно, что в материале  $p$ -типа при переходе из области примесной в область собственной проводимости коэффициент Холла меняет знак. Поэтому из экспериментальной кривой  $R(T)$ , полученной в соответствующем интервале температур, можно определить тип примесной проводимости полупроводника и без определения абсолютного знака  $R$ .

Изучение температурной зависимости  $R(T)$  в образцах  $p$ -типа открывает способ определения отношения подвижностей  $b$  из соотношения значения коэффициента Холла  $R_{max}$  в максимуме на температурной зависимости  $R(T)$ , появляющемся в области собственной проводимости, и значения коэффициента Холла  $R_p = 1/ep_0$  в области плато в примесной области.

Выведем это соотношение. Для этого перепишем уравнение (18) в виде

$$R = \frac{p - nb^2}{e(p + nb)^2}$$

и, считая, что  $b$  не зависит от температуры, продифференцируем его по температуре. Используя равенство  $dp/dT = dn/dT$ , следующее из условия электронейтральности

$$p - n = p_0 = N_a - N_d,$$

найдем условие максимума ( $p = nb$ ) и значения концентраций носителей в этой точке:

$$n = \frac{p_0}{b-1}, \quad p = \frac{bp_0}{b-1}.$$

Подставляя полученные значения  $n$ ,  $p$  в (18), находим значение  $R_{max}$ :

$$R_{max} = -\frac{1}{ep_0} \cdot \frac{(b-1)^2}{4b}.$$

Видно, что эта величина в  $(b-1)^2/4b$  раз меньше значения  $R_p = 1/ep_0$  на плато в области примесной проводимости. Следовательно, измерив отношение значений коэффициента Холла  $R_{max}/R_p$ , нетрудно рассчитать величину  $b$ .

## 2.2. Удельное сопротивление и его температурная зависимость

Для удобства дальнейшего сопоставления со значениями  $R$ , в эксперименте обычно определяется не удельная электропроводность, а обратная ей величина — *удельное сопротивление*  $\rho = 1/\sigma$ . Для образца, геометрия и размеры которого указаны на рис. 5, оно может быть найдено по формуле

$$\rho = \frac{V_p \cdot S}{I \cdot l}, \quad (21)$$

где  $l$  — длина участка, на котором измеряется вызванное протеканием тока  $I$  падение напряжения  $V_p$ , а  $S = w \cdot d$  — площадь поперечного сечения образца.

Как следует из формул (12) и (13), температурная зависимость  $\rho$  определяется соответствующими зависимостями  $n(T)$  и  $\mu(T)$ . Анализируя совместно зависимости  $R(T)$  и  $\rho(T)$  в области примесной проводимости, можно определить температурную зависимость  $\mu(T)$ . Как следует из (12), (13) и (17), в области примесной проводимости (соответственно  $n$ - или  $p$ -типа)

$$\mu_n = |R_n|/\rho_n, \quad \mu_p = R_p/\rho_p. \quad (22)$$

В области собственной проводимости имеем

$$\rho_i(T) = \frac{1}{en_i[\mu_n(T) + \mu_p(T)]} \sim \frac{1}{T^{3/2}[\mu_n(T) + \mu_p(T)]} \exp\left(\frac{E_g}{2kT}\right).$$

Учитывая, что при акустическом рассеянии  $\mu_n(T)$  и  $\mu_p(T)$  пропорциональны  $T^{-3/2}$  (см. формулу (9)), приходим к соотношению

$$\rho_i(T) \sim \exp(E_g/2kT), \quad (23)$$

которое часто используется для определения  $E_g$ . В случае преобладания других механизмов рассеяния эта формула становится приближенной,

но тем не менее она все равно используется для оценки  $E_g$ , поскольку экспонента обычно изменяется с температурой гораздо быстрее, чем предэкспоненциальный множитель (степенная функция).

### 3. Методика исследований

#### 3.1. Схема экспериментальной установки

Принципиальная схема измерительной установки представлена на рис. 6. Монокристаллический образец германия в виде прямоугольного параллелепипеда длины  $L$  и поперечного сечения  $S = w \cdot d$  снабжен двумя токовыми (1–2) и четырьмя потенциальными контактами (3–4 и 5–6), припаянными попарно-симметрично к боковым граням на расстоянии  $l$  друг от друга. Токовые контакты покрывают всю торцевую поверхность образцов, потенциальные контакты делаются точечными. Использование потенциальных контактов позволяет проводить измерения с практически нулевым током, протекающим через контакт, и тем самым исключить влияние сопротивления контактов из результатов измерений, а наличие двух пар потенциальных контактов позволяет судить об однородности электрических характеристик образца.

С помощью источника питания  $B_1$ , подключенного к образцу через регулируемое сопротивление  $R_1$ , через образец пропускается постоянный ток  $I$ , величина которого контролируется миллиамперметром. Падение напряжения между потенциальными контактами 3–5 ( $V_{35}$ ) и 4–6 ( $V_{46}$ ) измеряется цифровым вольтметром (ЦВ).

В отсутствие магнитного поля и при эквипотенциальном расположении холловских контактов 3–4 и 5–6 соответствующие напряжения  $V_{34}^0$

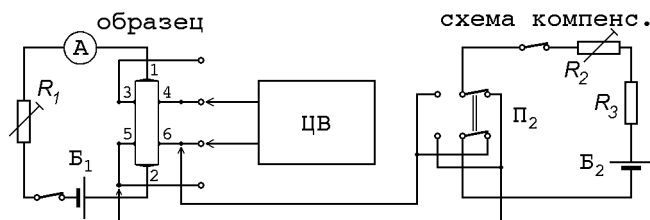


Рис. 6. Принципиальная схема установки для измерения удельного сопротивления и коэффициента Холла. Образец полупроводника расположен между полюсами электромагнита, магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости рисунка.

и  $V_{56}^0$  должны быть равны нулю. Однако поскольку при напайке контактов трудно выполнить условие строгой эквипотенциальности, то в отсутствие магнитного поля между холловскими контактами всегда существует некая разность потенциалов  $V_{ij}^0$ . Для компенсации этого потенциала используется специальная схема. С помощью источника питания  $B_2$ , переменного сопротивления  $R_2$  и ограничительного резистора  $R_3$  (которые значительно превышают сопротивление образца в направлении  $i-j$ :  $R_2 > R_3 > r_{ij}$ ) на выбранной паре контактов  $i-j$  создается падение напряжения, знак которого устанавливается противоположным знаком исходного потенциала  $V_{ij}^0$  с помощью переключателя  $\Pi_2$ . Перед включением магнитного поля, варьируя величину сопротивления  $R_2$ , подбирают ток компенсации так, чтобы остаточное напряжение  $V_{ij}^0$  стало как можно более близким к нулю. Поскольку падение напряжения, вызванное током компенсации, и падение напряжений  $V_{ij}^0$ , вызванное протеканием через образец тока  $I$ , пропорциональны удельному сопротивлению образца, компенсация неэквипотенциальности контактов, достигнутая при одной температуре, сохраняется и при других температурах. Для более точного исключения вклада этого паразитного потенциала в  $V_H$  измерения  $V_{ij}$  производятся при двух различных направлениях магнитного поля.

Для создания магнитного поля в установке используется электромагнит. Схема его включения и регулировки тока через катушки представлена на рис. 7. Переменное напряжение от сети 220 В, регулируемое лабораторным автотрансформатором (ЛАТР), подается на полупроводниковый выпрямитель, собранный по мостовой схеме. Выпрямленное напряжение подается на катушки электромагнита, его полярность меняется переключателем  $\Pi$ . Величина и полярность тока контролируется амперметром с нулем посередине шкалы. Блок питания электромагнита и схема измерительной установки помещены в металлический корпус, на переднюю панель которого выведены элементы регулировки.

Работа с электромагнитом требует строгого соблюдения определенных правил включения тока через катушки. *Внезапное выключение*

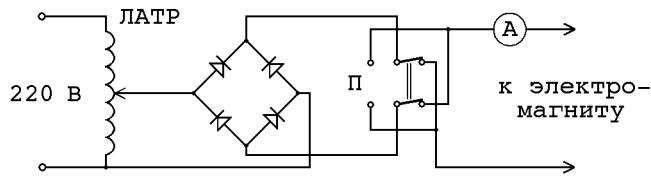


Рис. 7. Принципиальная схема блока питания электромагнита.



большого тока может привести к пробое изоляции обмоток катушек из-за больших э.д.с. самоиндукции! Поэтому в установке предусмотрена специальная система защиты (не показанная на рисунке), которая не позволяет ни включить, ни выключить ток, равно как и переключить его полярность, если с помощью ЛАТРа ток не уменьшен до нуля. Тем не менее, резко уменьшать и пробовать переключать полярность при включенном токе магнита не рекомендуется. При рабочем токе магнита 5 А индукция магнитного поля в зазоре составляет  $B = 7000$  Гс.

При включении магнитного поля между холловскими контактами возникает холловская разность потенциалов  $V_H$ . Как отмечалось выше, из-за неэквипотенциальности контактов 3–4, 5–6 на них может также присутствовать нескомпенсированная паразитная разность потенциалов  $V_{ij}^0$ . Проведение измерений  $V_{ij}$  при двух различных полярностях магнитного поля позволяет исключить величину  $V_{ij}^0$ . Действительно, величины  $V_{ij}$ , отвечающие двум полярностям магнитного поля, равны:

$$V_{ij}(+) = V_{ij}^0 + V_H,$$

$$V_{ij}(-) = V_{ij}^0 - V_H.$$

Отсюда следует, что  $V_H$  может быть найдена по формуле

$$V_H = \frac{V_{ij}(+) - V_{ij}(-)}{2}, \quad (24)$$

то есть как *полуразность* значений  $V_{ij}(+)$  и  $V_{ij}(-)$ , взятых с их измеренными знаками. Поэтому во время измерения и при обработке результатов на знаки измеряемых величин следует обращать особое внимание, так как входящие в формулы величины являются *числами со знаком*. Подстановка вместо них модулей значений напряжений является одной из наиболее распространенных ошибок.

Значение коэффициента Холла может быть вычислено по формуле (16) в любой системе единиц. Однако в физике полупроводников величину  $R$  принято измерять в  $[\text{см}^3/\text{Кл}]$ ; если при этом значения входящих в нее величин измерять:  $V_H$  — в [мВ],  $I$  — в [мА],  $d$  — в [см],  $B$  — в [Гс], то после согласования размерностей величин, входящих в формулу (16), окончательно получаем:

$$R = \frac{10^8 \cdot d \cdot V_H}{I \cdot B} \left[ \frac{\text{см}^3}{\text{Кл}} \right]. \quad (25)$$

Измеряемые значения падения напряжения  $V_p$  также могут быть подвержены влиянию побочных потенциалов. Так как контакты 3–5, 4–6

расположены вдоль образца на достаточно большом расстоянии, при нагреве образца из-за неизбежных градиентов температуры в образце возникает термо-э.д.с. Величину этой э.д.с. можно измерить при выключенном токе через образец ( $V_{35}^0$ ,  $V_{46}^0$ ). Поскольку напряжение, измеренное при наличии тока  $I$  ( $V_{ik}^I$ ), складывается из  $V_\rho$  и  $V_{ik}^0$ , то искомая величина  $V_\rho$  должна вычисляться по формуле  $V_\rho = V_{ik}^I - V_{ik}^0$ . Разумеется, при этих вычислениях должны учитываться *знаки* входящих напряжений, поскольку заранее неизвестно, какой знак будет иметь термо-э.д.с.

### 3.2. Детали установки

Исследуемый образец расположен внутри стеклянной пробирки на массивной медной подложке и изолирован от нее тонким слоем слюды. Спай дифференциальной термопары медь–константан расположен между образцом и подложкой. Пробирка закрыта сверху латунным фланцем, с которым жестко спаян стержень держателя образца. На стержне, выше и ниже пластинки с образцом, константановой проволокой намотаны нагревательные печи. Для увеличения тепловой инерции и уменьшения температурных градиентов пробирка заполнена маслом. Наличие масла позволяет нагревать образец не опасаясь его окисления на воздухе. Держатель с образцом помещается между полюсами электромагнита с соблюдением холловской геометрии.

Провода от токовых и потенциальных контактов образца выведены через трубку во фланце на ламповую панель. Аналогично оформлены выводы термопары и печи. Второй спай термопары располагается вне пробирки, его температура измеряется термометром. Все провода от лампового разъема заключены в экранированную оплетку и подключены к разъему на задней панели рабочего блока, внутри которого находятся измерительные схемы. Снаружи к блоку подключается цифровой вольтметр для измерения напряжений на образце и э.д.с. термопары, а также магазин сопротивлений  $R_1$  и миллиамперметр, которые служат для установки и измерения тока через образец. Для измерения напряжений в задаче используется цифровой вольтметр В7-46, вход которого подключается (с помощью переключателя) либо к образцу, либо к термопаре. Кроме того, в блоке смонтирована схема регулировки температуры образца, а снаружи подключен амперметр, измеряющий ток нагревателя печи. Градуировочная кривая термопары расположена на рабочем месте.

Вверху слева на передней панели блока расположен переключатель контактов образца, между которыми измеряются напряжения. Ниже располагаются тумблер, переключатели и регулятор схемы компенсации по-

тенциала на холловских контактах.

### 3.3. Порядок измерений и обработка результатов

#### 3.3.1. Измерение коэффициента Холла и удельного сопротивления при комнатной температуре

Экспериментальная работа начинается с измерений коэффициента Холла  $R$  и удельного сопротивления  $\rho$  образца при комнатной температуре.

К измерительному блоку подключаются внешние приборы. Включается цифровой вольтметр; при этом следует обратить внимание на положение кнопок выбора шкалы измерений: для начала следует установить его в положение «автоматический выбор пределов измерения». В дальнейшем, когда величины измеряемых напряжений будут известны, переключатели пределов измерений можно устанавливать вручную.

Для записи результатов измерений рекомендуется построить следующую таблицу:

N измер.	$V_{тп}$ , мВ	$t$ , °C	$I$ , мА	$V_{ik}^I$ , мВ	$V_{ik}^0$ , мВ	$V_{\rho}$ , мВ	$V_{ij}(+)$ , мВ	$V_{ij}(-)$ , мВ	$V_H$ , мВ
-------------	------------------	-------------	-------------	--------------------	--------------------	--------------------	---------------------	---------------------	---------------

Для измерения  $\rho$  переключатель контактов ставится в одно из положений 3–5 или 4–6, в котором будут проводиться все дальнейшие измерения удельного сопротивления. При разомкнутой токовой цепи измеряется  $V_{ik}^0$  и записывается в таблицу. Затем включается ток  $I$  через образец и его величина с помощью магазина сопротивлений устанавливается равной 10 мА. Измеряется и записывается в таблицу напряжение  $V_{ik}^I$ .

Для измерения  $R$  переключатель контактов ставится в одно из положений 3–4 или 5–6, в котором и далее будут проводиться измерения эффекта Холла. При выключенном магнитном поле с помощью схемы компенсации напряжение  $V_{ij}^0$  на выбранной паре контактов уменьшается до минимума. Далее включается ток через магнит в направлении «+» и с помощью ЛАТРа его величина устанавливается равной 5 А. Измеряется и записывается в таблицу напряжение  $V_{ij}(+)$ . Затем ток уменьшается до нуля, его полярность переключается на «-», устанавливается та же величина тока и проводится измерение  $V_{ij}(-)$ . *Знаки напряжений  $V_{ij}$  обязательно записываются!*

Из полученных значений находится  $V_{\rho} = V_{ik}^I - V_{ik}^0$ , а затем по формуле (21) вычисляется  $\rho$ . Из измеренных значений  $V_{ij}(+)$  и  $V_{ij}(-)$  по

формуле (24) находится  $V_H$ , а затем по формуле (25) вычисляется коэффициент Холла. Результаты вычислений  $R$ ,  $\rho$  при комнатной температуре показываются преподавателю.

### **3.3.2. Определение поправки на температуру холодного спая термопары**

Градуировка термопары в установке осуществлена относительно  $0^\circ\text{C}$ . В эксперименте же холодный спай термопары находится при комнатной температуре (измеряемой термометром). Чтобы учесть при последующих температурных измерениях поправку на температуру холодного спая, следует измерить температуру в комнате, записать ее в тетрадь и с помощью градуировочной кривой определить соответствующее ей значение термо-э.д.с (напряжение поправки). В дальнейшем для определения температуры образца к значению э.д.с. термопары, измеренной цифровым вольтметром, надо будет прибавить напряжение поправки и затем использовать полученное значение для вычисления температуры по градуировочной кривой.

### **3.3.3. Исследование температурных зависимостей коэффициента Холла и удельного сопротивления**

Нагреватель образца включается тумблером на передней панели измерительного блока. Величина тока через печь регулируется отдельным ЛАТРом и измеряется амперметром. Измерения проводятся с шагом по температуре  $10\text{--}15^\circ\text{C}$  в примесной и собственной областях и с шагом  $\approx 5^\circ\text{C}$  в области смены знака коэффициента Холла.

Измерения  $R$  и  $\rho$  производятся *только при установившейся температуре*. Критерием установления равновесия является малый дрейф напряжений  $V_{ik}$  и  $V_{ij}$  на образце. В области примесной проводимости, где изменения  $R$  и  $\rho$  с температурой малы, измерения можно проводить при дрейфе температуры, соответствующем изменению э.д.с. термопары на  $0.01\text{--}0.02$  мВ за время измерения. В области собственной проводимости, где изменения  $R$  и  $\rho$  с температурой велики, требования к стабильности температуры еще более жестки. Поэтому перед измерением каждой новой точки следует дождаться, пока дрейф температуры не уменьшится до разумного уровня, затем записать показания напряжения термопары в начале измерений, быстро провести измерения, и наконец записать показания напряжения термопары в конце измерений. Температуру образца для каждой точки считать как среднее значение температур в начале и

в конце измерений.

Для последующей обработки результатов полезно составить еще одну таблицу, в которую заносятся результаты вычислений, выполняемых с помощью ЭВМ или микрокалькулятора:

N измер.	T, К	$10^3/T$ , К <sup>-1</sup>	$\rho$ , Ом · см	lg $\rho$	R, см <sup>3</sup> /Кл	lg  R
-------------	---------	-------------------------------	---------------------	-----------	---------------------------	-------

#### 4. Задания

1. По измеренным значениям  $\rho(T)$  и  $R(T)$  построить зависимости lg  $\rho$  (кривая 1) и lg |R| (кривая 2) от  $10^3/T$ . Для последующего сравнения обе кривые строятся на одном рисунке в одинаковом масштабе, сдвинув графики так, чтобы обе кривые сблизились в районе  $T = 300$  К.
2. На обеих кривых отметить участки примесной и собственной проводимости. Обратит внимание на различия зависимостей  $R(T)$  и  $\rho(T)$  в области примесной проводимости и объясните его. Указать область применимости формул (17) для концентрации основных носителей заряда. Определить концентрацию и подвижность основных носителей при 300 К с помощью формул (17) и (22). Рассчитать относительную долю легирующей примеси в полупроводнике, приняв молекулярный вес германия равным 72.59 г, а плотность — 5.32 г/см<sup>3</sup>.
3. Проанализировать поведение коэффициента Холла  $R$  в области перехода от примесной к собственной проводимости, сделав из этого вывод о *типе* примесной проводимости и типе основной легирующей примеси в исследуемом образце.
4. В области собственной проводимости обоих графиков определить ширину запрещенной зоны  $E_g$  германия. Для кривой 1 способ вычисления  $E_g$  непосредственно следует из формулы (23):

$$E_g = \frac{2 \cdot 10^3 k}{\lg e} \frac{\Delta \lg \rho}{\Delta(10^3/T)},$$

где  $k = 8.62 \cdot 10^{-5}$  эВ/град — постоянная Больцмана, а  $\lg e = 0.4343$  — коэффициент перевода десятичных логарифмов в натуральные.

Для определения  $E_g$  из температурной зависимости коэффициента Холла в соответствии с формулой (20) необходимо ввести поправку на множитель  $T^{3/2}$ . Для этого рассчитывается и строится зависимость  $R \cdot (T/300)^{3/2}$  от  $10^3/T$  (кривая 3), из наклона которой по формуле

$$E_g = \frac{2 \cdot 10^3 k}{\lg e} \frac{\Delta \lg [R \cdot (T/300)^{3/2}]}{\Delta(10^3/T)}$$

находится  $E_g$ . Сравнить значения  $E_g$ , полученные двумя способами.

5. Экстраполируя температурный ход кривой 1 из области собственной в область примесной проводимости, оценить удельное сопротивление «собственного» германия  $\rho_i$  при 300 К.

Используя способ определения отношения подвижностей  $b$ , описанный в п. 2.1, рассчитать подвижность *неосновных* носителей при 300 К.

6. По найденным значениям  $\rho_i$ ,  $\mu_n$  и  $\mu_p$  с помощью формулы (11) вычислить собственную концентрацию носителей  $n_i$  при 300 К.
7. Используя найденное значение  $n_i$  и соотношение (6), оценить концентрацию *неосновных* носителей в образце при 300 К. Сопоставить концентрации основных и неосновных носителей и обосновать применимость формулы (18) для вычисления концентрации основных носителей.

Все определяемые в задаче величины кроме  $E_g$ , характеристик основных носителей заряда и значения  $b$  не претендуют на высокую точность из-за использования метода экстраполяции и небольшого числа точек. Эти оценки, однако, позволяют получить представление о порядке величин  $n_i$ ,  $\rho_i$ ,  $\mu_n$  и о соотношении параметров для основных и неосновных носителей.

## 5. Литература

- [1] В. Л. Бонч-Бруевич, С. Г. Калашников. Физика полупроводников. Изд. 2-е. М., Наука, 1990, гл. 1, № 3; гл. 5, № 4,5.

ООП Физический факультет МГУ  
Заказ 29–30–03